

## 2016年1月份管综初数真题（详解）

跨考教育 初数教研室

一、问题求解（本大题共5小题，每小题3分，共45分）下列每题给出5个选项中，只有一个是符合要求的，请在答题卡上将所选择的字母涂黑。

1、某家庭在一年支出中，子女教育支出与生活资料支出的比为3:8，文化娱乐支出与子女教育支出比为1:2。已知文化娱乐支出占家庭总支出的10.5%，则生活资料支出占家庭总支出的（ ）

- (A) 40%      (B) 42%      (C) 48%      (D) 56%      (E) 64%

【答案】D

【解析】

由题知，子女教育支出：生活资料支出：文化娱乐支出=6:16:3，则生活资料支出占家庭总支出的 $10.5\% \div 3 \times 16 = 56\%$

2、有一批同规格的正方形瓷砖，用他们铺满整个正方形区域时剩余180块，将此正方形区域的边长增加一块瓷砖的长度时，还需要增加21块瓷砖才能铺满，该批瓷砖共有（ ）

- (A) 9981块    (B) 10000块    (C) 10180块    (D) 10201块    (E) 10222块

【答案】C

【解析】

假设正方形瓷砖为 $1 \times 1$ 的，共有 $N$ 块瓷砖，正方形区域的长度为 $a$ ，则有

$$\begin{cases} 1^2 \times (N - 180) = a^2 \\ 1^2 \times (N + 21) = (a + 1)^2 \end{cases} \Rightarrow N = 10180$$

3、上午9时一辆货车从甲地出发前往乙地，同时一辆客车从乙地出发前往甲地，中午12时两车相遇，货、客车的速度分别是90千米/小时、100千米/小时。则当客车到达甲地时，货车距乙地的距离是（ ）

- (A) 30千米    (B) 43千米    (C) 45千米    (D) 50千米    (E) 57千米

【答案】E

【解析】

由题知，甲乙两地之间的距离为 $(90 + 100) \times 3 = 570$

因此当客车到达甲地时货车距乙地的距离是 $570 - \frac{570}{100} \times 90 = 57$ 千米

4、在分别标记了数字1、2、3、4、5、6的6张卡片中随机取3张，其中数字之和等于10的概率（ ）

- (A) 0.05      (B) 0.1      (C) 0.15      (D) 0.2      (E) 0.25

【答案】C

【解析】

古典概型，样本空间种类数为  $C_6^3 = 20$  种；

事件 A “数字之和等于 10” 有：1+3+6, 1+4+5, 2+3+5 三种

因此所求概率为  $\frac{3}{20} = 0.15$

5、某商场将每台进价为 2000 元的冰箱以 2400 元销售时，每天销售 8 台，调研表明这种冰箱的售价每降低 50 元，每天就能多销售 4 台。若要每天销售利润最大，则冰箱的定价应为 ( )

- (A) 2200      (B) 2250      (C) 2300      (D) 2350      (E) 2400

【答案】B

【详解】假设冰箱的售价降低了  $x$  个 50 元，则销售利润为

$y = (2400 - 50x - 2000)(8 + 4x)$ ，当  $x = 3$  时取到最大值，即定价为 2250 元

6、某委员会由三个不同的专业人员组成，三个专业人数分别是 2, 3, 4，从中选派 2 位不同专业的委员外出调研，则不同的选派方式有 ( )

- (A) 36 种      (B) 26 种      (C) 12 种      (D) 8 种      (E) 6 种

【答案】B

【详解】

分三种情况选取，共有  $2 \times 3 + 2 \times 4 + 3 \times 4 = 26$  种

7、从 1 到 100 的整数中任取一个数，则该数能被 5 或 7 整除的概率为 ( )

- (A) 0.02      (B) 0.14      (C) 0.2      (D) 0.32      (E) 0.34

【答案】D

【详解】

能被 5 整除的数有 20 个，能被 7 整除的数有 14 个，能被 35 整除的数有 2 个，因此能被 5 或 7 整除的数有  $20 + 14 - 2 = 32$  个，概率为 0.32

8、如图 1，在四边形 ABCD 中， $AB \parallel CD$ ，AB 与 CD 的边长分别为 4 和 8，若  $\triangle ABE$  的面积为 4，则四边形 ABCD 的面积为 ( )

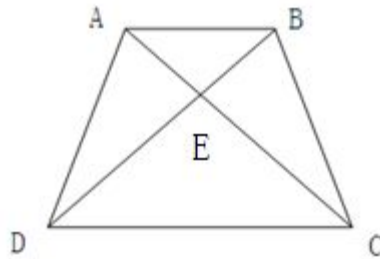


图 1

- (A) 24      (B) 30      (C) 32      (D) 36      (E) 40

【答案】D

【详解】

三角形 ABE 和三角形 DEC 面积比为相似比 AB:DC 的平方 1:4，因此三角形 DEC 的面积为 16；

三角形 ABE 与三角形 DEC 面积的乘积=三角形 AED 与三角形 BEC 面积的乘积，且 AED 和 BEC 的面积相等，因此三角形 AED 和 BEC 的面积都为 8；

梯形的面积为  $4+16+8+8=36$

9、现有长方形木板 340 张，正方形木板 160 张（图 2），这些木板正好可以装配成若干竖式和横式的无盖箱子（图 3）。装配成的竖式和横式箱子的个数为（ ）

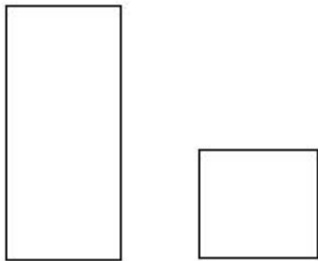


图 2

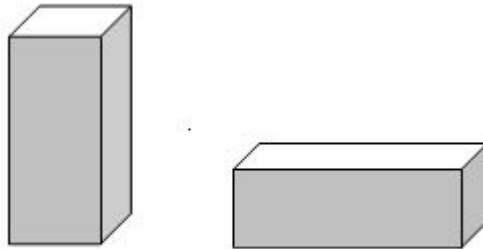


图 3

- (A) 25, 80      (B) 60, 50      (C) 20, 70      (D) 60, 40      (E) 40, 60

【答案】E

【详解】假设竖式的箱子  $x$  个，横式箱子有  $y$  个，则有

$$\begin{cases} 4x + 3y = 340 \\ x + 2y = 160 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 40 \\ y = 60 \end{cases}$$

10、圆  $x^2 + y^2 - 6x + 4y = 0$  上到原点距离最远的点是（ ）

- (A) (-3, 2)      (B) (3, -2)      (C) (6, 4)      (D) (-6, 4)      (E) (6, -4)

【答案】E

【详解】原点恰好在圆上，则到原点距离最远的点与原点恰好关于圆心  $(3, -2)$  对称，对称点为  $(6, -4)$

11、如图 4，点 A, B, O 的坐标分别为  $(4, 0)$ ,  $(0, 3)$ ,  $(0, 0)$ ，若  $(x, y)$  是  $\triangle AOB$  中的点，则  $2x+3y$  的最大值为 ( )

- (A) 6      (B) 7      (C) 8      (D) 9      (E) 12

【答案】D

【详解】

转化成截距的问题，令  $2x+3y=c$ ，向右倾斜，因此 A, B 两点必有一个取到最值。将点  $(4, 0)$  带入  $2x+3y$  值为 8，点  $(0, 3)$  带入  $2x+3y$  值为 9，因此最大值为 9。

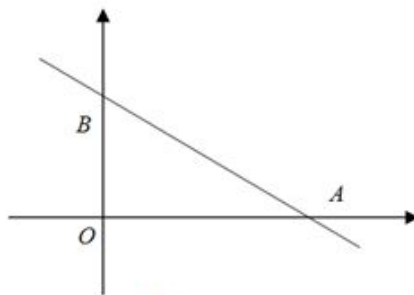


图 4

12、设抛物线  $y = x^2 + 2ax + b$  与  $x$  轴相交于 A, B 两点，点 C 坐标为  $(0, 2)$ ，若  $\triangle ABC$  的面积等于 6，则 ( )

- (A)  $a^2 - b = 9$       (B)  $a^2 + b = 9$       (C)  $a^2 - b = 36$   
(D)  $a^2 + b = 36$       (E)  $a^2 - 4b = 9$

【答案】A

【详解】

假设 A、B 两点的横坐标分别为  $x_1, x_2$ ，

则  $\triangle ABC$  的面积为  $S = |x_1 - x_2| \times 2 \times \frac{1}{2} = 6$ ，则有  $|x_1 - x_2| = 6$ ，

由韦达定理知  $|x_1 - x_2| = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} = \frac{\sqrt{4a^2 - 4b}}{1} = 6$  得  $a^2 - b = 9$

13、某公司以分期付款方式购买一套定价 1100 万元的设备，首期付款 100 万元，之后每月付款 50 万元，并支付上期余额的利息，月利率 1%，该公司为此设备支付了（ ）

- (A) 1195 万元      (B) 1200 万元      (C) 1205 万元  
(D) 1215 万元      (E) 1300 万元

**【答案】** C

**【详解】**

总支付的钱数为

$$100 + (50 + 1000 \times 1\%) + (50 + 950 \times 1\%) + \dots + (50 + 50 \times 1\%) = 1205 \text{ 万元}$$

14、某学生要在 4 门不同课程中选修 2 门课程，这 4 门课程中的 2 门各开设一个班，另外 2 门各开设两个班，该同学不同的选课方式共有（ ）

- (A) 6 种      (B) 8 种      (C) 10 种      (D) 13 种      (E) 15 种

**【答案】** D

**【详解】**

反面运算，共有六个班，从中任选两个班。不满足情况的有：两个班恰好选择了同门课程的两个班，因此不同的选课方式有  $C_6^2 - 1 - 1 = 13$  种

15、如图 5，在半径为 10 厘米的球体上开一个底面半径是 6 厘米的圆柱形洞，则洞的内壁面积为（单位为平方厘米）（ ）

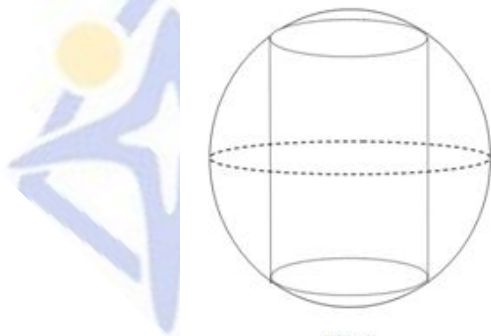


图 5

- (A)  $48\pi$       (B)  $288\pi$       (C)  $96\pi$       (D)  $576\pi$       (E)  $192\pi$

**【答案】** E

**【详解】**

圆柱形的体对角线为球体的直径 20 厘米，体对角线、圆柱底面直径、圆柱体的高恰好构成直角三角形，则利用勾股定理求得圆柱的高： $\sqrt{20^2 - 12^2} = 16$  厘米，洞的内壁面积是圆柱的表面积，即  $2\pi rh = 192\pi$

二. 条件充分性判断: 第 16-25 小题, 每小题 3 分, 共 30 分。

要求判断每题给出的条件 (1) 和 (2) 能否充分支持题干所陈述的结论 A、B、C、D、E 五个选项为判断结果, 请选择一项符合试题要求的判断, 请在答题卡上将所选的字母涂黑。

- (A) 条件 (1) 充分, 但条件 (2) 不充分
- (B) 条件 (2) 充分, 但条件 (1) 不充分
- (C) 条件 (1) 和 (2) 都不充分, 但联合起来充分
- (D) 条件 (1) 充分, 条件 (2) 也充分
- (E) 条件 (1) 不充分, 条件 (2) 也不充分, 联合起来仍不充分

16、已知某公司男员工的平均年龄和女员工的平均年龄, 则能确定该公司员工的平均年龄

- (1) 已知该公司员工的人数
- (2) 已知该公司男女员工的人数之比

**【答案】** B

**【解析】**

条件(1): 由该公司员工的人数无法确定男员工与女员工人数, 所以无法确定平均年龄, 条件 (1) 不充分。

条件(2): 已知男女员工人数之比, 可设为  $a:b$ , 则男女员工人数分别可以表示为  $ak, bk$ 。题干已知男女员工平均年龄, 分别用  $\bar{x}$  和  $\bar{y}$  表示, 则全体员工的平均

年龄可以表示为  $\frac{\bar{x}ak + \bar{y}bk}{ak + bk} = \frac{\bar{x}a + \bar{y}b}{a + b}$ , 因此可以确定全体员工的平均年龄, 条件

(2) 充分。另外利用交叉法, 可以更快速的推出题干, 已知男女的平均年龄, 已知人数之比即可得所有员工的平均年龄。

此题选 B

17、如图 6, 正方形 ABCD 由四个相同的长方形和一个小正方形拼成, 则能确定小正方形的面积

- (1) 已知正方形 ABCD 的面积
- (2) 已知长方形的长宽之比

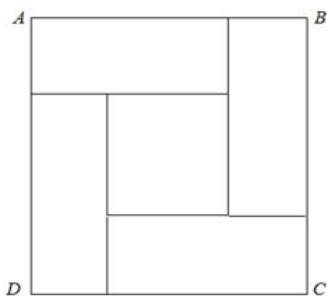


图6

【答案】C

【解析】

条件(1): 由正方形  $ABCD$  的面积只能确定正方形  $ABCD$  的边长, 无法确定小正方形的面积, 所以条件(1)不充分。

条件(2): 由长方形的长宽之比无法确定长方形的长与宽, 进而无法确定小正方形的面积, 条件(2)不充分。

联合条件(1)、(2), 则可以确定长方形的长和宽, 因此可以确定小正方形的面积。

此题选 C

18、利用长度为  $a$  和  $b$  的两种管材能连接成长度为 37 的管道 (单位: 米)

(1)  $a=3, b=5$

(2)  $a=4, b=6$

【答案】A

【解析】

设长度为  $a$  的管材有  $x$  根, 长度为  $b$  的管材有  $y$  根。

条件(1) 即推  $3x+5y=37$ , 可知当  $x=9, y=2$  时该式成立, 因此条件(1)充分。

条件(2) 即推  $4x+6y=37$ , 可知  $4x$ 、 $6y$  均为偶数, 37 为奇数, 因此找不出满足等式的  $x, y$ , 条件(2)不充分。

此题选 A

19、设是  $x, y$  实数, 则  $x \leq 6, y \leq 4$

(1)  $x \leq y+2$

(2)  $2y \leq x+2$

【答案】C

【解析】

条件(1): 举反例  $x=7, y=4$ , 推不出结论, 条件(1)不充分。

条件(2): 举反例  $x=8, y=4$ , 推不出结论, 条件(2)不充分。

条件 (1)、(2) 联合可得  $\begin{cases} x \leq y+2 \\ 2y \leq x+2 \end{cases}$ , 利用不等式的运算性质, 异号做差消元,

可得出  $\begin{cases} x \leq 6 \\ y \leq 4 \end{cases}$ , 充分。

此题选 C

20、将 2 升甲酒精和 1 升乙酒精混合得到丙酒精, 则能确定甲、乙两种酒精的浓度

(1) 1 升甲酒精和 5 升乙酒精混合后的浓度是丙酒精浓度的  $\frac{1}{2}$  倍

(2) 1 升甲酒精和 2 升乙酒精混合后的浓度是丙酒精浓度的  $\frac{2}{3}$  倍

【答案】E

【解析】

设甲乙丙酒精的浓度分别为  $a, b, c$ 。则题干可表示为  $\frac{2a+b}{3} = c$ , 即要确定  $a, b$ 。

条件 (1): 可知  $\frac{a+5b}{6} = \frac{1}{2}c$ , 即  $\frac{a+5b}{3} = c$ , 结合题干已知可以得出  $4b = a$ , 不能

确定  $a, b$ , 条件 (1) 不充分。

条件 (2): 可知  $\frac{a+2b}{3} = \frac{2}{3}c$ , 即  $a+2b = 2c$ , 结合题干已知可以得出  $4b = a$ 。不能

确定  $a, b$ , 条件 (1) 不充分。

条件 (1)、(2) 联合可得  $4b = a$ , 不能确定  $a, b$ , 条件 (1) (2) 联合也不充分。

此题选 E

21、设有两组数据  $S_1: 3, 4, 5, 6, 7$  和  $S_2: 4, 5, 6, 7, a$ , 则能确定  $a$  的值

(1)  $S_1$  与  $S_2$  的均值相等

(2)  $S_1$  与  $S_2$  的方差相等

【答案】A

【解析】

条件 (1): 由  $S_1, S_2$  均值相等, 可得  $\frac{3+4+5+6+7}{5} = \frac{4+5+6+7+a}{5}$ , 得  $a = 3$ , 因此条件 (1) 充分。

条件 (2): 由  $S_1, S_2$  方差相等, 可得



$\frac{1}{5}[(3-5)^2 + \dots + (7-5)^2] = \frac{1}{5}[(4-5)^2 + \dots + (a-5)^2]$ , 即  $(a-5)^2 = (3-5)^2$  得  $a = 7$  或  $3$ , 不能唯一确定, 因此条件 (2) 不充分。

此题选 A

22、已知 M 是一个平面内的有限点集, 则平面上存在到 M 中各点距离相等的点

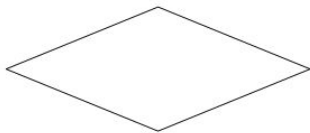
- (1) M 中只有三个点
- (2) M 中的任意三点都不共线

【答案】C

【详解】

条件 (1): 反例, M 中的三个点共线, 此时不存在到三个点距离相等的点, 不充分

条件 (2): 反例, M 中有四个点, 恰好构成菱形, 如图所示, 平面中不存在到四个点的距离都相等的点, 不充分



条件 (1) (2) 联合: M 中的三个点恰好构成一个三角形, 根据垂直平分线上的点到线段两端点的距离相等, 可知三角形三条边的垂直平分线交于一点, 此点必为到 M 中三个点距离相等的点。条件充分。

此题选 D

23、设  $x, y$  是实数, 则可以确定  $x^3 + y^3$  的最小值

- (1)  $xy = 1$
- (2)  $x + y = 2$

【答案】B

【解析】

条件 (1): 举反例, 当  $x = -\infty, y = \frac{1}{-\infty}$  时, 无法确定  $x^3 + y^3$  的最小值, 不充分。

条件 (2):  $x^3 + y^3 = (x+y)^3 - 3x^2y - 3y^2x = (x+y)^3 - 3xy(x+y) = 8 - 6xy$ , 由

$\frac{x+y}{2} \geq \sqrt{xy}$ , 可知  $8 - 6xy \geq -\frac{3}{2}(x+y)^2 = 8 - 6 = 2$ , 充分。

此题选 B

24、已知数列  $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{10}$ , 则  $a_1 - a_2 + a_3 - a_4 + \dots + a_9 - a_{10} \geq 0$

- (1)  $a_n \geq a_{n+1}, n = 1, 2, 3, \dots, 9$

$$(2) a_n^2 \geq a_{n+1}^2, n=1,2,3,\dots,9$$

【答案】A

【解析】

条件 (1): 由  $a_n \geq a_{n-1}$ , 可知  $a_1 \geq a_2, a_3 \geq a_4, \dots, a_9 \geq a_{10}$ , 可得

$$a_1 - a_2 + a_3 - \dots + a_9 - a_{10} = (a_1 - a_2) + \dots + (a_9 - a_{10}) \geq 0, \text{ 条件 (1) 充分。}$$

条件 (2): 由  $a_n^2 \geq a_{n+1}^2$ , 可知  $a_n \geq a_{n+1} \geq 0$  或  $a_n \leq a_{n+1} \leq 0$ , 其中  $a_n \leq a_{n+1} \leq 0$  时, 可得

$$a_1 - a_2 + a_3 - \dots + a_9 - a_{10} = (a_1 - a_2) + \dots + (a_9 - a_{10}) \leq 0, \text{ 条件 (2) 不充分。}$$

此题选 A

25、已知  $f(x) = x^2 + ax + b$ , 则  $0 \leq f(1) \leq 1$

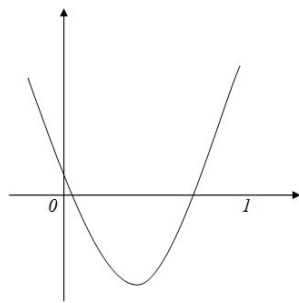
(1)  $f(x)$  在区间中有两个零点

(2)  $f(x)$  在区间中有两个零点

【答案】D

【详解】

条件 (1): 此条件等价于“方程  $x^2 + ax + b = 0$  的两根在区间  $[0, 1]$  内”, 即转化为区间根问题, 数形结合求解, 如图有



$$\begin{cases} \Delta = a^2 - 4b > 0 \\ 0 < -\frac{a}{2} < 1 \\ f(0) \geq 0 \\ f(1) \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a^2 - 4b > 0 \\ -2 < a < 0 \\ b \geq 0 \\ 1 + a + b \geq 0 \end{cases}, \text{ 首先能够得到 } f(1) = 1 + a + b \geq 0;$$

其次，由  $\begin{cases} a^2 - 4b > 0 \Rightarrow b < \frac{a^2}{4} \\ -2 < a < 0 \end{cases}$ ，可得  $f(1) = 1 + a + b < 1 + a + \frac{a^2}{4} = \left(1 + \frac{a}{2}\right)^2 < 1$

综上得  $0 \leq f(1) < 1$ ，可以推出结论。此条件充分

条件(2)：此条件等价于“方程  $x^2 + ax + b = 0$  的两根在区间  $[1, 2]$  内”，即转化为区间根问题，数形结合求解，得不等式组：

$$\begin{cases} \Delta = a^2 - 4b > 0 \\ 1 < -\frac{a}{2} < 2 \\ f(1) \geq 0 \\ f(2) \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a^2 - 4b > 0 \\ -4 < a < -2 \\ 1 + a + b \geq 0 \\ 4 + 2a + b \geq 0 \end{cases} \text{，同条件 1 类似，首先得到 } f(1) = 1 + a + b \geq 0 \text{；}$$

其次，由  $\begin{cases} a^2 - 4b > 0 \Rightarrow b < \frac{a^2}{4} \\ -4 < a < -2 \end{cases}$ ，可得  $f(1) = 1 + a + b < 1 + a + \frac{a^2}{4} = \left(1 + \frac{a}{2}\right)^2 < 1$

综上得  $0 \leq f(1) < 1$ ，可以推出结论。此条件充分。

此题选 D

**答案：**

1-15	DCCCB	BDDEE	DACDE
16-25	BCACE	ACBAD	