1.当 $x \to 0$ 时，若 $x - \tan x$ 与 x^k 是同阶无穷小，则 $k =$

A.1.　　B.2.

C.3.　　D.4.

2.设函数 $f(x) = \begin{cases} x|x|, x \le 0, \\ xlnx, x > 0, \end{cases}$ 则 $x = 0$ 是 $f(x)$ 的

A.可导点，极值点.　　B.不可导点，极值点.

C.可导点，非极值点.　　D.不可导点，非极值点.

3.设 $\{u_n\}$ 是单调递增的有界数列，则下列级数中收敛的是

A. $\sum_{n=1}^{m} \frac{u_n}{n}$.　　B. $\sum_{n=1}^{m} (-1)^n \frac{1}{u_n}$.

C. $\sum_{n=1}^{m} (1 - \frac{u_n}{u_{n+1}})$.　　D. $\sum_{n=1}^{m} (u_{n+1}^2 - u_n^2)$

4.设函数 $Q(x,y) = \frac{x}{y^2}$.如果对上半平面 $(y > 0)$ 内的任意有向光滑封闭曲线 C 都有 $\oint_C P(x,y)dx + Q(x,y)dy = 0$，那么函数 $P(x,y)$ 可取为

A. $y - \frac{x^2}{y^3}$.　　B. $\frac{1}{y} - \frac{x^2}{y^3}$.

C. $\frac{1}{x} - \frac{1}{y}$.　　D. $x - \frac{1}{y}$

5.设 A 是 3 阶实对称矩阵，E 是 3 阶单位矩阵，若 $A^2 + A = 2E$,且 $|A| = 4$,则二次型 $x^T Ax$ 的规范形为

A. $y_1^2 + y_2^2 + y_3^2$.　　B. $y_1^2 + y_2^2 - y_3^2$.

C. $y_1^2 - y_2^2 - y_3^2$.　　D. $-y_1^2 - y_2^2 - y_3^2$

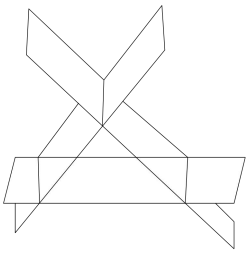
6.如图所示，有 3 张平面两两相交，交线相互平行，它们的方程 $a_{i1}x + a_{i2}y + a_{i3}z + d_i$ (i=1,2,3) 组成的线性方程组的系数矩阵和增广矩阵分别记为 $A, \overline{A}$，则

A. $r(A) = 2, \mathrm{r}(\overline{A}) = 3$

B. $r(A) = 2, \mathrm{r}(\overline{A}) = 2$

C. $r(A)=1,\mathrm{r}(\overline{A})=2$

D. $r(A)=1,\mathrm{r}(\overline{A})=1$



7.设 A,B 为随机事件，则 $P(A)=P(B)$ 的充分必要条件是

A. $P(A\cup B)=P(A)+P(B)$　　B. $P(AB)=P(A)P(B)$

C. $P(A\overline{B})=P(B\overline{A})$　　D. $P(AB)=P(\overline{A}\overline{B})$

8.设随机变量 X 与 Y 相互独立，且都服从正态分布 $N(\mu,\sigma^2)$.则 $P\{|X-Y|<1\}$

A.与 μ 无关，而与 σ^2 有关.　　B. 与 μ 有关，而与 σ^2 无关.

C. 与 μ,σ^2 都有关.　　D. 与 μ,σ^2 都无关.

二、填空题

9.设函数 $f(u)$ 可导，　$z=f(\sin y-\sin x)+xy$，则 $\dfrac{1}{\cos x}\cdot\dfrac{\partial z}{\partial x}+\dfrac{1}{\cos y}\cdot\dfrac{\partial z}{\partial y}=$_____

10.微分方程 $2yy^2-y^2-2=0$ 满足条件 $y(0)=1$ 的特解 $y=$_____

11.幂级数 $\sum\limits_{n=0}^{\infty}\dfrac{(-1)^n}{(2n)!}x^n$ 在 $(0,+\infty)$ 内的和函数 $S(x)=$_____

12.设 $\sum$ 为曲面 $x^2+y^2+4z^2=4(z\geq 0)$ 的上侧，则 $\iint\limits_{z}\sqrt{4-x^2-4z^2}dxdy=$_____

13.设 $A=(\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3)$ 为三阶矩阵，若 α_1,α_2 线性无关，且 $\alpha_3=-\alpha_1+2\alpha_2$。则线性方程组 $Ax=0$ 的通解为_____

14.设随机变量 X 的概率密度为 $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x}{2},0<x<2,\\ 0,\text{其他},\end{cases}$，$F(x)$ 为 X 的分布函数，EX 为 x 的数学期望，则 $P\{F(X)>EX-1\}=$_____

三、解答题

15.（本题满分 10 分）

设函数 $y(x)$ 是微分方程 $y'+xy=e^{-\frac{x^2}{2}}$ 满足条件 $y(0)=0$ 的特解.

（1）求 $y(x)$

（2）求曲线 $y=y(x)$ 的凹凸区间及拐点

16.设 a,b 为实数，函数 $z=2+ax^2+by^2$ 在点（3，4）处的方向导数中，沿方向 $l=-3i-4j$ 的方向导数最大，最大值为 10.

（1）求 a,b；

（2）求曲面 $z=2+ax^2+by^2\ (z\geq 0)$的面积；

19. 设 $a_n=\int_0^1 x^n\sqrt{1-x^2}dx\ \ (n=1,2,3...)$

（1）证明：$\{a_n\}$ 单调递减，且 $a_n=\frac{n-1}{n+2}.a_{n-2}\ \ (n=2,3...)$

（2）$\lim\limits_{n\to\infty}\frac{a_n}{a_{n-1}}$

24.设总体 X 的概率密度为

$$f(x,\sigma^2)=\begin{cases}\frac{A}{\sigma}e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} & ,x\geq\mu\\ 0 & ,x<\mu\end{cases}$$

其中 μ 是已知参数，$\sigma>0$ 是未知参数，A 是常数，$X_1,X_2,...,X_n$ 是来自总体 X 的简单随机样本，

（1）求 A；

（2）求 σ^2 的最大似然估计量；